1- أ- مجموعة حلول المعادلة (E) هي : $\left\{-\frac{\sqrt{2}}{2}+i\frac{\sqrt{2}}{2},-\frac{\sqrt{2}}{2}-i\frac{\sqrt{2}}{2}\right\}$

أي : $\left[U,\bar{U}\right]$ حيث $U=-\frac{\sqrt{2}}{2}+i\frac{\sqrt{2}}{2}$

ب- : $U=\left[1,\frac{3\pi}{4}\right]$ و $\bar{U}=\left[1,-\frac{3\pi}{4}\right]$

2- * لدينا : $U^4=\left[1,\frac{3\pi}{4}\right]^4$

$$=\left[1^4,4.\frac{3\pi}{4}\right]=\left[1,3\pi\right]=\left[1,\pi\right]$$

$$=1(\cos\pi+i\sin\pi)=1(-1+i.0)=-1$$

*** المعادلة** $z^4=-1$ **تكافئ** $z^4=U^4$

أي : $\frac{z^4}{U^4}=1$ أي $\left(\frac{z}{U}\right)^4=1$

ونعلم أن الجذور الرابعة للعدد 1 هي 1 و -1 و i و –i

وبالتالي فإن المعادلة $\left(\frac{z}{U}\right)^4=1$ تكافئ

$\frac{z}{U}=1$ أو $\frac{z}{U}=-1$ أو $\frac{z}{U}=i$ أو $\frac{z}{U}=-i$

أي : $z=\frac{-\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}i$ أو $z=\frac{\sqrt{2}}{2}-i\frac{\sqrt{2}}{2}$ أو $z=\frac{-\sqrt{2}}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}i$ أو $z=\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}i$

3- أ- *: $z_A+z_U=1+U$

$$=z_C$$

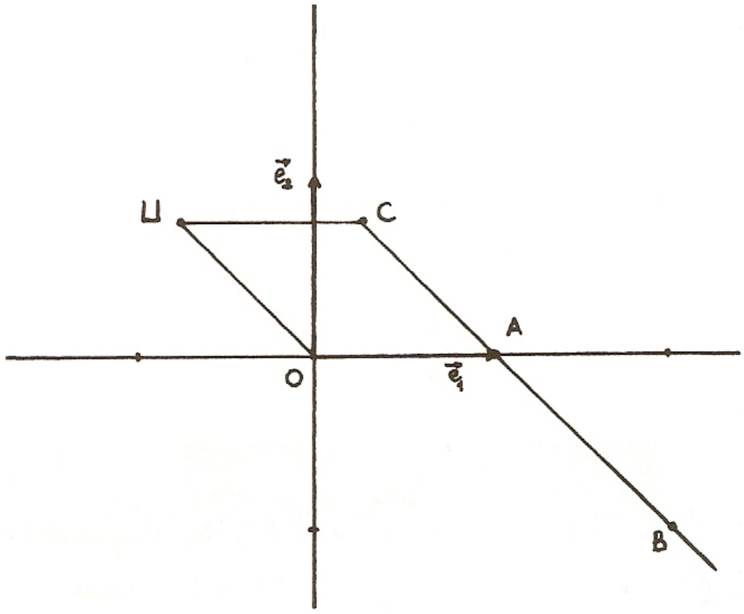
* من $z_C=z_A+z_U$ نجد : $\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OU}$

إذن الرباعي OUCA متوازي أضلاع

ب-* **نبين ان :** $\frac{z_B-z_A}{z_C-z_A}=-\sqrt{2}$

* النقط A و B و C مستقيمية لأن : $\frac{z_B-z_A}{z_C-z_A}\in IR$

ج- الشكل



-4

* الدائرة التي أحد أقطارها $[OU]$ مركزها النقطة $\Omega\left(-\frac{\sqrt{2}}{4},\frac{\sqrt{2}}{4}\right)$ منتصف القطعة $[OU]$ وشعاعها هو :

$$\frac{OU}{2}=\frac{\sqrt{\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2}}{2}=\frac{1}{2}$$

* نضع $z=x+yi$ حيث x و y عددان حقيقيان

وبالتالي فإن : $\overline{z}=x-yi$ و $|z|^2=x^2+y^2$

إذن: $2|z|^2=U\overline{z}+\overline{U}z$

يعني أن : $2(x^2+y^2)=-\frac{\sqrt{2}}{2}(1-i)(x-yi)-\frac{\sqrt{2}}{2}(1+i)(x+yi)$

يعني أن : $x^2+y^2+\frac{\sqrt{2}}{2}x-\frac{\sqrt{2}}{2}y=0$

يعني أن : $\left(x+\frac{\sqrt{2}}{4}\right)^2+\left(y-\frac{\sqrt{2}}{4}\right)^2=\left(\frac{1}{2}\right)^2$

وبالتالي فإن (Γ) هي الدائرة التي مركزها $\Omega\left(-\frac{\sqrt{2}}{4},\frac{\sqrt{2}}{4}\right)$ وشعاعها $\frac{1}{2}$ أي الدائرة التي أحد أقطارها $[OU]$